Travail d'une force

1. Travail d'une force constante.

Le travail d'une force constante $\vec{F}$ au cours d'un déplacement de son point d'application du point A au point B est égal à :

$$W_{AB}(\vec{F})=\vec{F}.\overrightarrow{AB}=F.AB.\cos(\vec{F},\overrightarrow{AB})=F.l.\cos\alpha$$

W : le travail exprimé en Joules (J)
F : l'intensité de la force en Newton (N)
AB : la distance entre les 2 points en mètres (m).
$\alpha=(\vec{F},\overrightarrow{AB})$: angle entre le vecteur-force $\vec{F}$ le vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$

Travail moteur, résistant ou nul.

Du fait du cos α le travail d'une force peut prendre plusieurs valeurs :

- **Travail nul** : la force ne travaille pas.
  Lorsque la force s'applique perpendiculairement au déplacement de l'objet
  $\alpha=\pm\frac{\Pi}{2} \quad\rightarrow\quad \cos\alpha=0 \quad\rightarrow\quad W=0$

Le travail est donc nul.
Typiquement $\vec{R}$ la force de réaction du sol ou d'un support est par définition toujours perpendiculaire au support. Le travail d'une telle force est par conséquent toujours nul.
$W_{AB}(\vec{R})=0$

- **Travail moteur** : lorsque la force agit dans le sens du déplacement.
  $\frac{-\Pi}{2}<\alpha<\frac{\Pi}{2} \quad\rightarrow\quad \cos\alpha>0 \quad\rightarrow\quad W>0$

- **Travail résistant** : lorsque la force agit dans le sens contraire au déplacement.
  $\frac{\Pi}{2}<\alpha<\frac{3\Pi}{2} \quad\rightarrow\quad \cos\alpha<0 \quad\rightarrow\quad W<0$

2. Le cas du poids.

Prenons le cas d'une bille qui roule sans frottements du point A vers le point B.
Cette bille subit 2 forces : son poids $\vec{P}$ et la réaction du support $\vec{R}$
Le cas de la réaction du support $\vec{R}$ à déjà été énoncé plus haut : $\vec{R}$ est toujours perpendiculaire au support (et donc au déplacement de la bille) son travail est donc toujours nul.
$\vec{R}$ est donc une force qui (à tort) n'a pas été représenté sur le schéma ci dessous.
Concernant le poids $\vec{P}$ il s'exerce à chaque instant tout au long du chemin $\overrightarrow{AB}$
Décomposons ce trajet en plusieurs segments $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A''B'}+\overrightarrow{B'B}$
Le travail du poids $W_{AB}(\vec{P})$ peut être décomposé en plusieurs termes :

$$W_{AB}(\vec{P})=W_{AA'}(\vec{P})+W_{A'A''}(\vec{P})+W_{A''B'}(\vec{P})+W_{B'B}(\vec{P})$$

Sur chaque segment calculons le travail effectué par le poids $\vec{P}$:

- Sur le segment [AA'] : $W_{AA'}(\vec{P})=\vec{P}\,.\,\overrightarrow{AA'}$ = P × AA' × cos α = 0 (car $\alpha=\frac{\Pi}{2}$)
- Sur le segment [B'B'] : $W_{B'B}(\vec{P})=\vec{P}\,.\,\overrightarrow{B'B}$ = P × B'B × cos δ = 0 (car $\delta=\frac{\Pi}{2}$)

Sur ces 2 segments le poids $\vec{P}$ ne travaille pas car il est perpendiculaire au déplacement de la bille.

En revanche sur les 2 autres segments [A'A"] et [A"B'] le poids $\vec{P}$ travaille :

– Sur le segment [A'A"] : $W_{A'A''}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{A'A''}$ = P × A'A" × cos β

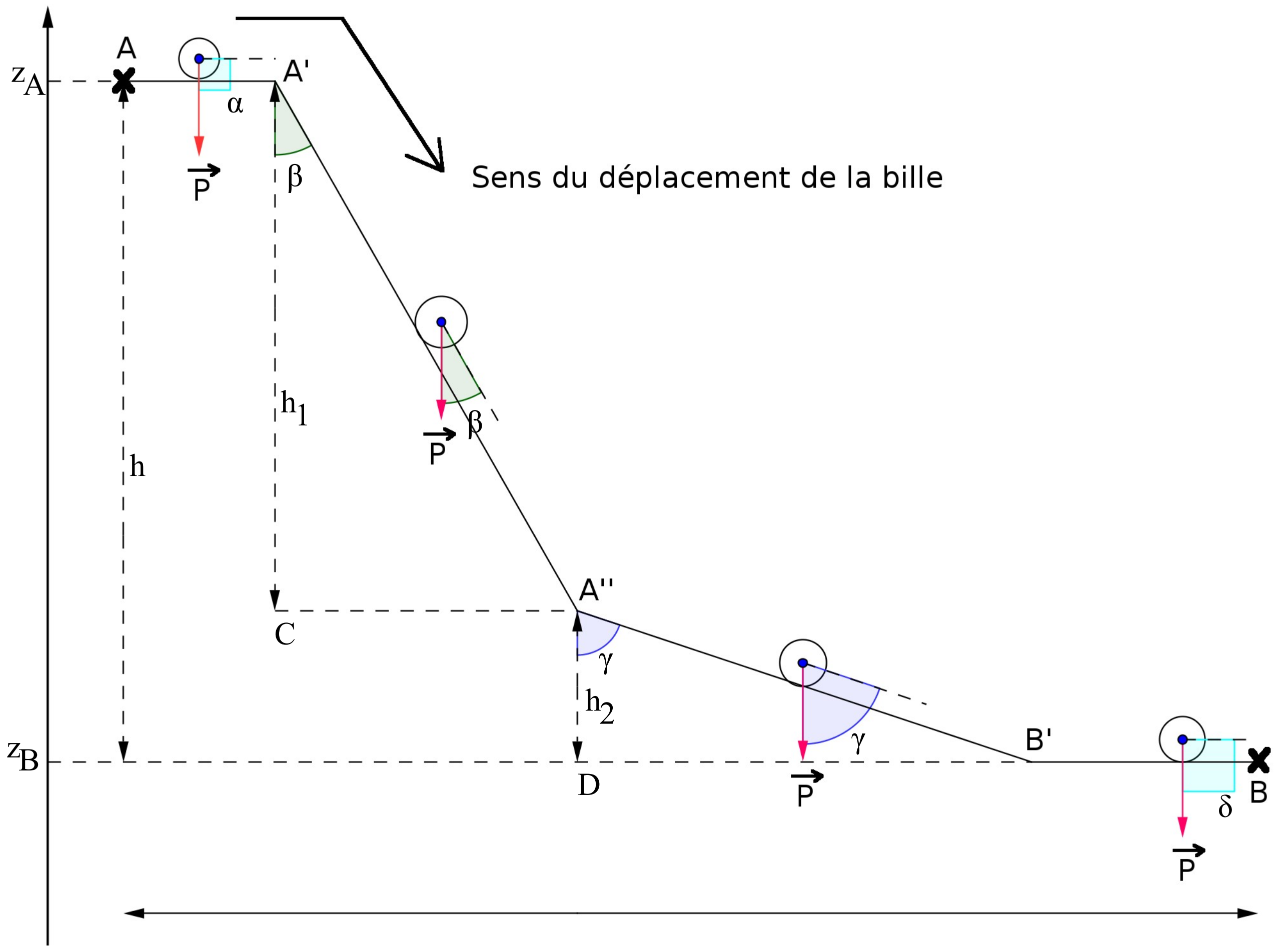
Dans le triangle rectangle $(\widehat{A'CA''})$ les relations de trigonométrie nous donne :

$\cos\beta = \dfrac{h_1}{(A'A'')}$ d'où $h_1 = (A'A'').\cos\beta$ donc $W_{A'A''}(\vec{P})$ = P × h_1

– Sur le segment [A"B'] : $W_{A''B'}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{A''B'}$ = P × A"B' × cos γ

De la même manière que précédemment et dans le triangle rectangle $(\widehat{A''DB'})$ les relations de trigonométrie nous donne :

$\cos\gamma = \dfrac{h_2}{(A''B')}$ d'où $h_2 = (A''B').\cos\gamma$ donc $W_{A''B'}(\vec{P})$ = P × h_2



On s'aperçoit en fait que $W_{AB}(\vec{P})$ = P × h_1 + P × h_2 = P × h avec h = h_1 + h_1

On voit donc que le travail du poids ne dépend pas du chemin suivi. Cela signifie qu'une bille qui emprunte un autre chemin pour aller de A à B à son poids $\vec{P}$ qui travaille de la même manière.

<u>Généralisation</u> :

Le travail d'une force constante ne dépend pas du chemin suivi mais ne dépend que des points de départ et d'arrivée.

<u>Remarques</u> :

– *Ici on a $W_{AB}(\vec{P})$ = P × h = m.g.h = m.g (z_A – z_B) > 0*

On voit que le travail est positif. En effet la force poids contribue au déplacement de la bille.

– *On pourrait faire exactement le même travail pour une bille qui monte sur un plan incliné.*

Dans ce cas le travail serait résistant: $W_{AB}(\vec{P})$ = P × h = m.g.h = m.g (z_A – z_B) < 0